

Produkte von Summen ausmultiplizieren

**Beispielaufgabe:**

Multiplizieren Sie das folgende Produkt aus und vereinfachen Sie soweit wie möglich.


$$(3x + 2)(5x - 1)$$

Lösung:


Im Prinzip gibt es dabei ein bestimmtes logisches Vorgehen, welches ständig wiederholt wird. Der Ursprung dafür liegt im Distributivgesetz.

Zunächst wird der erste Summand der einen Summe mit den Summanden der anderen Summe jeweils multipliziert. Das funktioniert wie folgt:

1. Wir multiplizieren  $3x$  mit  $5x$  und schreiben dies hinter dem = Zeichen auf.


$$(3x + 2)(5x - 1) = 3x \cdot 5x \dots$$

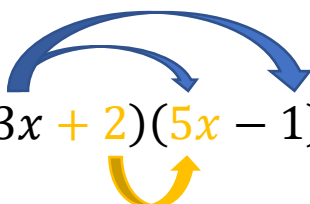
2. Wir multiplizieren  $3x$  mit  $-1$  und schreiben dies hinter dem bisherigen Ergebnis dazu:


$$(3x + 2)(5x - 1) = 3x \cdot 5x \ominus 3x \cdot 1 \dots$$

Dabei gilt: Das Vorzeichen (hier  $-$ ) ergibt sich aus dem Produkt der Vorzeichen beider Werte. Wenn (wie hier bei  $3x$ ) kein Vorzeichen vor einem Ausdruck steht, dann bedeutet das, dass es sich um ein positives Vorzeichen handelt. Der Ausdruck  $3x$  steht also beispielsweise verkürzt für den Ausdruck  $+3x$ .

Nun wiederholen wir die Schritte mit dem zweiten Summanden der ersten Klammer:

1. Wir multiplizieren  $+2$  mit  $5x$  und schreiben dies hinter dem bisherigen Ergebnis dazu.


$$(3x + 2)(5x - 1) = 3x \cdot 5x - 3x \cdot 1 + 2 \cdot 5x \dots$$

2. Wir multiplizieren  $+2$  mit  $-1$  und schreiben dies hinter dem bisherigen Ergebnis dazu.

$$(3x + 2)(5x - 1) = 3x \cdot 5x - 3x \cdot 1 + 2 \cdot 5x - 2 \cdot 1$$

Anschließend müssen die Terme noch vereinfacht werden.

Dabei ist folgendes zu beachten:

Der Ausdruck  $x \cdot x$  wird häufig von Schüleri\*innen fälschlicherweise zu  $2x$  zusammengefasst. Das ist jedoch falsch, wie an einem einfachen Beispiel betrachtet werden kann.

$$x \cdot x \neq 2x$$

Es gilt beispielsweise

$$4 + 4 = 2 \cdot 4 = 8$$

aber

$$4 \cdot 4 = 4^2 = 16$$

Aus dem Produkt von zwei gleichen Zahlen entsteht also das Quadrat der Zahl. Gleiches gilt auch bei Variablen:

$$x + x = 2x$$

$$x \cdot x = x^2$$

Damit können wir unseren Term vereinfachen:

$$\begin{aligned} (3x + 2)(5x - 1) &= 3x \cdot 5x - 3x \cdot 1 + 2 \cdot 5x - 2 \cdot 1 \\ &= 15x^2 - 3x + 10x - 2 \\ &= 15x^2 + 7x - 2 \end{aligned}$$

Hinweis: Es können immer nur Terme zusammengefasst werden, in denen exakt die gleichen Variablen vorkommen. In unserem Fall ist das nur bei  $-3x$  und  $+10x$  der Fall.

Weiter Übungsaufgaben:

a)  $(a + 3)(2b - a)$

b)  $(a + b)(b + 2c)$

c)  $(2x^2 + 4x + 3)(x + 2)$

Lösungen:

Zu a)

$$\begin{aligned}(a + 3)(2b - a) &= a \cdot 2b - a \cdot a + 3 \cdot 2b - 3 \cdot a \\ &= 2ab - a^2 + 6b - 3a\end{aligned}$$

Da in keinem Summanden exakt die gleichen Variablen stehen, kann nicht weiter vereinfacht werden.

Zu b)

$$\begin{aligned}(a + b)(b + 2c) &= a \cdot b + a \cdot 2c + b \cdot b + b \cdot 2c \\ &= ab + 2ac + b^2 + 2bc\end{aligned}$$

Da in keinem Summanden exakt die gleichen Variablen stehen, kann nicht weiter vereinfacht werden.

Zu c)

$$\begin{aligned}(2x^2 + 4x + 3)(x + 2) &= 2x^2 \cdot x + 2x^2 \cdot 2 + 4x \cdot x + 4x \cdot 2 + 3 \cdot x + 3 \cdot 2 \\ &= 2x^3 + 4x^2 + 4x^2 + 8x + 3x + 6 \\ &= 2x^3 + 8x^2 + 11x + 6\end{aligned}$$