

Bruchterme

Bruchterme erweitern und kürzen

Grundlegend sind uns die Begriffe „Bruch“ und „Term“ bekannt.

Ein Bruch ist eine Zahl, die durch einen Bruchstrich beschrieben wird.

Beispiele: $\frac{3}{4}$; $\frac{7}{8}$; $\frac{1}{2}$;

Ein Term ist ein Ausdruck, der eine Variable enthält.

Beispiele: $4x - 3$; $2x$; $5x + 8$;

Bruchterme sind nun Terme, die die unabhängige Variable im Nenner stehen haben.

Beispiele: $T_1(x) = \frac{3}{x-1}$; $T_2(x) = \frac{2}{x^2+1}$; $T_3(x) = \frac{4x}{x+3}$;

Merke: Beim Erweitern und Kürzen von Bruchtermen wird nach der gleichen Logik vorgegangen, wie wir es bereits von Brüchen kennen.

Mit welchem Wert erweitert werden soll, wird in der Regel anhand einer Aufgabenstellung vorgegeben.

Aufgabe 1: Erweitern Sie $T_1(x)$ mit 2.

$$\text{Lösung: } T_1(x) = \frac{3}{x-1} \cdot \frac{2}{2} = \frac{6}{2(x-1)} = \frac{6}{2x-2}.$$

Das war einfach. Man kann jedoch auch mit Variablen erweitern.

Aufgabe 2: Erweitern Sie $T_1(x)$ mit x :

$$T_1(x) = \frac{3}{x-1} \cdot \frac{x}{x} = \frac{3x}{x(x-1)}.$$

Immer wenn wir erweitern, dann entsteht ein neuer Term. Grundsätzlich verändern wir dabei nicht viel am Bruchterm, denn wenn wir nun Zahlen für x einsetzen, dann erhalten wir zunächst immer die gleichen Werte.

Bsp.1: Wir setzen $x = 2$ in dem Term vor und nach dem Erweitern ein.

$$\text{Vor dem Erweitern: } \frac{3}{2-1} = 3$$

$$\text{Nach dem Erweitern: } \frac{3 \cdot 2}{2 \cdot (2-1)} = \frac{6}{2} = 3$$

Bsp.2: Wir setzen $x = 5$ in dem Term vor und nach dem Erweitern ein.

$$\text{Vor dem Erweitern: } \frac{3}{5-1} = \frac{3}{4}$$

Nach dem Erweitern: $\frac{3 \cdot 5}{5 \cdot (5-1)} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$

Einen Unterschied gibt es jedoch trotzdem bei den beiden Ausdrücken. Während man vor dem Erweitern noch 0 für x einsetzen darf

$$\frac{3}{0-1} = -3$$

ist dies nach dem Erweitern nicht mehr erlaubt:

$$\frac{3 \cdot 0}{0 \cdot (0-1)} = \text{⚡}$$

Hinweis: Es ist in der Mathematik auch nicht erlaubt die null einfach zu kürzen. Es gilt allgemein: Durch null kann und darf man nicht teilen.

Merke: Wenn wir einen Bruchterm mit einem Ausdruck erweitern, in dem eine Variable steht, dann muss für den neuen Term überprüft werden, ob die Definitionsmenge dies erlaubt.

Für $\frac{3x}{x(x-1)}$ gilt $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{0; 1\}$, denn wenn wir hier für x den Wert 0 oder 1 einsetzen, dann wird der Nenner 0.

Aufgabe 3:

Erweitere $T_1(x)$ mit $(x - 3)$.

Lösung:

$$T_1(x) = \frac{3}{x-1} \cdot \frac{(x-3)}{(x-3)} = \frac{3(x-3)}{(x-1)(x-3)} = \frac{3x-9}{x^2-x-3x+3} = \frac{3x-9}{x^2-4x+3}$$

$$\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{1; 3\}$$

Hier müssen bei der Definitionsmenge die Werte 1 und 3 ausgeschlossen werden, denn in beiden Fällen hätten wir ansonsten 0 im Nenner stehen.