Bruchterme

Bruchterme erweitern und kürzen

Bruchterme sind Terme, die die unabhängige Variable im Nenner stehen haben.

Beispiele: $T_1(x) = \frac{3}{x-1}$; $T_2(x) = \frac{2}{x^2+1}$; $T_3(x) = \frac{4x}{x+3}$;

Merke: Beim Erweitern und Kürzen von Bruchtermen wird nach der gleichen Logik vorgegangen, wie wir es bereits von Brüchen kennen.

Aufgabe 1: Erweitern Sie $T_1(x)$ mit 2.

Lösung: $T_1(x) = \frac{3}{x-1} \cdot \frac{2}{2} = \frac{6}{2(x-1)} = \frac{6}{2x-2}$.

Aufgabe 2: Erweitern Sie $T_1(x)$ mit x:

$T_1(x) = \frac{3}{x-1} \cdot \frac{x}{x} = \frac{3x}{x(x-1)}$.

Immer wenn wir erweitern, dann entsteht ein neuer Term. Grundsätzlich verändern wir dabei nicht viel am Bruchterm, denn wenn wir nun Zahlen für x einsetzen, dann erhalten wir zunächst immer die gleichen Werte.

Bsp.1: Wir setzen $x = 2$ in dem Term vor und nach dem Erweitern ein.

Vor dem Erweitern: $\frac{3}{2-1} = 3$

Nach dem Erweitern: $\frac{3 \cdot 2}{2 \cdot (2-1)} = \frac{6}{2} = 3$

Bsp.2: Wir setzen $x = 5$ in dem Term vor und nach dem Erweitern ein.

Vor dem Erweitern: $\frac{3}{5-1} = \frac{3}{4}$

Nach dem Erweitern: $\frac{3 \cdot 5}{5 \cdot (5-1)} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$

Einen Unterschied gibt es jedoch trotzdem bei den beiden Ausdrücken. Während man vor dem Erweitern noch 0 für x einsetzen darf

$\frac{3}{0-1} = -3$

ist dies nach dem Erweitern nicht mehr erlaubt:

$\frac{3 \cdot 0}{0 \cdot (0-1)} = ↯$

Hinweis: Es ist in der Mathematik auch nicht erlaubt die null einfach zu kürzen. Es gilt allgemein: Durch null kann und darf man nicht teilen.

Merke: Wenn wir einen Bruchterm mit einem Ausdruck erweitern, in dem eine Variable steht, dann muss für den neuen Term überprüft werden, ob die Definitionsmenge dies erlaubt.

Für $\frac{3x}{x(x-1)}$ gilt $\mathbb{D} = \mathbb{Q}\backslash\{0; 1\}$, denn wenn wir hier für x den Wert 0 oder 1 einsetzen, dann wird der Nenner 0.

Aufgabe 3:

Erweitere $T_1(x)$ mit $(x-3)$.

Lösung:

$T_1(x) = \frac{3}{x-1} \cdot \frac{(x-3)}{(x-3)} = \frac{3(x-3)}{(x-1)(x-3)} = \frac{3x-9}{x^2-x-3x+3} = \frac{3x-9}{x^2-4x+3}$

$\mathbb{D} = \mathbb{Q}\backslash\{1; 3\}$

Hier müssen bei der Definitionsmenge die Werte 1 und 3 ausgeschlossen werden, denn in beiden Fällen hätten wir ansonsten 0 im Nenner stehen.