

Übungen: Bruchterme erweitern

Aufgabe 1:

- **Erweitern** Sie die Bruchterme jeweils.
- geben Sie anschließend die **Definitionsmenge** an.
- **Multiplizieren** Sie Zähler und Nenner aus.

	Bruchterm	Erweitern Sie mit		Bruchterm	Erweitern Sie so, dass
a)	$\frac{2}{x}$	3	i)	$\frac{3}{x}$	6x im Nenner entsteht.
b)	$\frac{4x}{16x}$	x	j)	$\frac{x+2}{x}$	$(x-1)(x+2)$ im Zähler entsteht.
c)	$\frac{x-1}{2}$	$x-2$	k)	$\frac{x-3}{2x+4}$	$4x(x+2)$ im Nenner entsteht.
d)	1	$x-4$	l)	$\frac{x-1}{(2x+2)}$	$2(x+1)^2$ im Nenner entsteht.
e)	$\frac{1}{x-3}$	$x+3$	m)	$\frac{1}{x-3}$	x^2-9 im Nenner entsteht.
f)	$\frac{2(x+1)}{(x-1)}$	$x-1$	n)	$\frac{(x+1)}{(x-1)}$	x^2-1 im Zähler entsteht.
g)	$\frac{x+2}{x-3}$	$x-2$	o)	$\frac{x+2}{x-3}$	x^3+2x^2 im Zähler entsteht.

Hinweis: Vergessen Sie nicht auch die Definitionsmenge zu bestimmen.

Aufgabe 2:

In den folgenden Aufgaben hat der kleine Karl Friedrich falsch erweitert.

- Überprüfen Sie die Rechnungen und beschreiben Sie die Fehler, die gemacht wurden.
- Geben Sie den korrekten Rechenweg an.

a) $\frac{3}{x+2}$ wird mit $x-1$ erweitert.

$$\frac{3}{x+2} \cdot \frac{x-1}{x-1} = \frac{3(x-1)}{x+2 \cdot x-1} = \frac{3x-3}{x+2x-1}$$

b) $\frac{3-x}{x+1}$ wird mit $x+2$ erweitert.

$$\frac{3-x}{x+1} \cdot x+2 = \frac{(3-x)(x+2)}{x+1} = \frac{-x^2+5x+6}{x+1}$$

c) $\frac{1-x}{x+1}$ wird mit $x-1$ erweitert.

$$\frac{1-x}{x+1} \cdot \frac{x+1}{x+1} = \frac{(1-x)(x+1)}{(x+1)(x+1)} = \frac{x^2+1-x^2-x}{(x+1)(x+1)} = \frac{1-x}{x^2+1}$$

Hilfestellungen zu den Aufgaben:

Zu Aufgabe 1:

	Lösung	Definitionsmenge		Lösung	Definitionsmenge
a)	$\frac{2}{x} \cdot \frac{3}{3} = \frac{6}{3x}$	$\mathbb{D}_{max} = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$	i)	$\frac{3}{x} \cdot \frac{2x}{2x} = \frac{6x}{2x^2}$	$\mathbb{D}_{max} = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$
b)	$\frac{4x}{16x} \cdot \frac{x}{x} = \frac{4x^2}{16x^2}$	$\mathbb{D}_{max} = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$	j)	$\frac{x+2}{x} \cdot \frac{x-1}{x-1} = \frac{x^2+x-2}{x^2-x}$	$\mathbb{D}_{max} = \mathbb{Q} \setminus \{0; 1\}$
c)	$\frac{x-1}{2} \cdot \frac{x-2}{x-2} = \frac{x^2-3x+2}{2x-4}$	$\mathbb{D}_{max} = \mathbb{Q} \setminus \{2\}$	k)	$\frac{x-3}{2(x+2)} \cdot \frac{2x}{2x} = \frac{2x^2-6x}{4x^2+8x}$ Der Nenner entsteht durch Ausklammern.	$\mathbb{D}_{max} = \mathbb{Q} \setminus \{-2; 0\}$
d)	$\frac{x-4}{x-4}$	$\mathbb{D}_{max} = \mathbb{Q} \setminus \{4\}$	l)	$\frac{x-1}{2(x+1)} \cdot \frac{x+1}{x+1} = \frac{x^2-1}{2x^2+4x+2}$ Der Nenner entsteht durch Ausklammern.	$\mathbb{D}_{max} = \mathbb{Q} \setminus \{-1\}$
e)	$\frac{1}{x-3} \cdot \frac{x+3}{x+3} = \frac{x+3}{x^2-9}$	$\mathbb{D}_{max} = \mathbb{Q} \setminus \{-3; +3\}$	m)	$\frac{1}{x-3} \cdot \frac{x+3}{x+3} = \frac{x+3}{x^2-9}$ Vergleichen Sie dazu auch Teilaufgabe e)	$\mathbb{D}_{max} = \mathbb{Q} \setminus \{-3; 3\}$
f)	$\frac{2(x+1)}{(x-1)} \cdot \frac{x-1}{x-1} = \frac{2x^2-2}{x^2-2x+1}$	$\mathbb{D}_{max} = \mathbb{Q} \setminus \{1\}$	n)	$\frac{(x+1)}{(x-1)} \cdot \frac{x-1}{x-1} = \frac{x^2-1}{x^2-2x+1}$	$\mathbb{D}_{max} = \mathbb{Q} \setminus \{1\}$
g)	$\frac{x+2}{x-3} \cdot \frac{x-2}{x-2} = \frac{x^2-4}{x^2-5x+6}$	$\mathbb{D}_{max} = \mathbb{Q} \setminus \{2; 3\}$	o)	$\frac{x+2}{x-3} \cdot \frac{x^2}{x^2} = \frac{x^3+2x^2}{x^3-3x^2}$	$\mathbb{D}_{max} = \mathbb{Q} \setminus \{0; 3\}$

Zu Aufgabe 2:

a) $\frac{3}{x+2}$ wird mit $x - 1$ erweitert.

$$\frac{3}{x+2} \cdot \frac{x-1}{x-1} = \frac{3(x-1)}{x+2 \cdot x-1} = \frac{3x-3}{x+2x-1} \quad \text{Bei } x+2 \cdot x-1 \text{ wurde das Klammern setzen vergessen.}$$

$$\text{Korrekt: } \frac{3}{x+2} \cdot \frac{x-1}{x-1} = \frac{3(x-1)}{(x+2) \cdot (x-1)} = \frac{3x-3}{x^2+x-2}$$

b) $\frac{3-x}{x+1}$ wird mit $x + 2$ erweitert.

$$\frac{3-x}{x+1} \cdot x+2 = \frac{(3-x)(x+2)}{x+1} = \frac{-x^2+5x+6}{x+1}$$

Beim Erweitern müssen Zähler und Nenner mit $x + 2$ multipliziert werden.

$$\text{Korrekt: } \frac{3-x}{x+1} \cdot \frac{x+2}{x+2} = \frac{(3-x)(x+2)}{(x+1)(x+2)} = \frac{-x^2+5x+6}{x^2+3x+3}$$

c) $\frac{1-x}{x+1}$ wird mit $x - 1$ erweitert.

$$\frac{1-x}{x+1} \cdot \frac{x+1}{x+1} = \frac{(1-x)(x+1)}{(x+1)(x+1)} = \frac{x^2+1-x^2-x}{(x+1)(x+1)} = \frac{1-x}{x^2+1} \quad \text{Karl hat sich zwei Mal verrechnet.}$$

$$\text{Korrekt: } \frac{1-x}{x+1} \cdot \frac{x+1}{x+1} = \frac{(1-x)(x+1)}{(x+1)(x+1)} = \frac{x+1-x^2-x}{x^2+x+1} = \frac{-x^2+1}{x^2+2x+1}$$