

Bruchterme

Bruchterme kürzen

Grundlegend sind uns die Begriffe „Bruch“ und „Term“ bekannt.

Ein Bruch ist eine Zahl, die durch einen Bruchstrich beschrieben wird.

Beispiele: $\frac{3}{4}$; $\frac{7}{8}$; $\frac{1}{2}$;

Ein Term ist ein Ausdruck, der eine Variable enthält.

Beispiele: $4x - 3$; $2x$; $5x + 8$;

Bruchterme sind Terme, die die unabhängige Variable (auch) im Nenner stehen haben.

Beispiele: $T_1(x) = \frac{3}{x-1}$; $T_2(x) = \frac{2}{x^2+1}$; $T_3(x) = \frac{4x}{x+3}$;

Merke: Beim Erweitern und Kürzen von Bruchtermen wird nach der gleichen Logik vorgegangen, wie wir es bereits von Brüchen kennen.

Beispiel 1: $T_1(x) = \frac{6x}{2x}$;

$$\frac{6x}{2x} = \frac{\cancel{2} \cdot 3 \cdot \cancel{x}}{\cancel{2} \cdot \cancel{x}} = \frac{3}{1} = 3$$

Wie beim Kürzen von Brüchen wird überprüft, welche Faktoren im Zähler und im Nenner vorkommen. Da dies für 2 und für x der Fall ist, können diese Werte gekürzt werden.

Hier wird die Definitionsmenge vor dem Kürzen bestimmt.

Für $x = 0$ wäre der Nenner gleich 0 (Beim Einsetzen würde $\frac{6 \cdot 0}{2 \cdot 0}$ entstehen). Also gilt:

$$\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$$

Beispiel 2: $T_2(x) = \frac{2(x-1)}{4x(x-1)}$; $T_3(x) = \frac{4x-2}{x^2-2x}$;

Der Nenner lautet hier $4x(x-1)$. Dieser Ausdruck wird 0, wenn man 0 oder 1 für x einsetzt. Also gilt: $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{0,1\}$

$$\frac{2(x-1)}{4x(x-1)} = \frac{\cancel{2} \cdot \cancel{(x-1)}}{2 \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{x} \cdot \cancel{(x-1)}} = \frac{1}{2x}$$

Es wird überprüft, welche Faktoren im Zähler und im Nenner vorkommen. Da dies für 2 und (x-1) der Fall ist, können diese Werte gekürzt werden.

Beispiel 3: $T_3(x) = \frac{2x-4}{x^2-2x}$

Bei anspruchsvolleren Aufgaben kann man zunächst nicht einfach kürzen.

Wichtig ist: Aus Differenzen und Summen darf man auf keinen Fall kürzen.

Die einzige Möglichkeit, die dabei bleibt, ist zu faktorisieren. Das bedeutet, dass man so umformen möchte, dass im Zähler und Nenner Produkte stehen. Das funktioniert in diesem Fall durch Ausklammern. Dafür zerlegen wir die einzelnen Ausdrücke.

$$\frac{2x-4}{x^2-2x} = \frac{2 \cdot x - 2 \cdot 2}{x \cdot (x-2)} = \frac{2(x-2)}{x(x-2)} = \frac{2}{x}$$

Ausgeklammert werden können dann die Werte, die in jedem Summanden vorkommen. Anschließend kann gekürzt werden.