Übungen: Bruchterme kürzen

Aufgabe 1:
Geben Sie jeweils die **Definitionsmenge** unter der Grundmenge $\mathbb{Q}$ an und **kürzen** Sie anschließend soweit wie möglich.

	Bruchterm		Bruchterm		Bruchterm
a)	$\frac{2x}{3x}$	e)	$\frac{2x^2(x+1)}{x^2(x+1)}$	i)	$\frac{2x^2+4}{4(x^2+2)}$
b)	$\frac{4x}{x}$	f)	$\frac{-12x^2}{8x}$	j)	$\frac{ax+2a}{4a}$
c)	$\frac{4x(x-1)}{2(x-1)}$	g)	$\frac{(-3)\cdot 4x^2}{6x}$	k)	$\frac{(x+1)(x-1)}{2x^2-2x}$
d)	$\frac{2x(x+1)}{x^2(x-1)}$	h)	$\frac{-4x^2\cdot 5}{2x\cdot 15x}$	l)	$\frac{3x(x^2-x)}{(3x^2-x)4x}$

Hinweis: Vergessen Sie nicht auch die **Definitionsmenge** zu bestimmen.

Aufgabe 2:
Entscheiden Sie, ob der vorliegende Bruchterm gekürzt werden kann und kürzen Sie, falls möglich.

	Bruchterm		Bruchterm
a)	$\frac{2x-1}{3-2x}$	c)	$\frac{x-1}{1-x}$
b)	$\frac{4x}{16x}$	d)	$\frac{x^2+2x+1}{x+1}$

Aufgabe 3:
In den folgenden Aufgaben hat die kleine Karla Friedrich falsch erweitert.

- Überprüfen Sie die Rechnungen und beschreiben Sie die Fehler, die gemacht wurden.
- Geben Sie den korrekten Rechenweg an.

a) $\frac{3x+3x^2}{3x+3} = \frac{3x^2}{3} = x^2$

b) $\frac{2x(x^2-x)}{(x^2-2x)} = \frac{2x(-x)}{-2x} = \frac{-x}{-1} = x$

c) $\frac{(x+1)(x-1)}{x^2-x} = \frac{x^2-x+x-1}{x^2-x} = \frac{x^2-1}{x^2-x} = \frac{-1}{-x} = \frac{1}{x}$

Hilfestellungen zu den Aufgaben:

Zu Aufgabe 1:

	Bruchterm	$\mathbb{D}_{max}$	gekürzter Term
a)	$\frac{2x}{3x}$	$\mathbb{D}_{max} = \mathbb{Q}\setminus\{0\}$	$\frac{2}{3}$
b)	$\frac{4x}{x}$	$\mathbb{D}_{max} = \mathbb{Q}\setminus\{0\}$	4
c)	$\frac{4x(x-1)}{2(x-1)}$	$\mathbb{D}_{max} = \mathbb{Q}\setminus\{1\}$	$2x$
d)	$\frac{2x(x+1)}{x^2(x-1)}$	$\mathbb{D}_{max} = \mathbb{Q}\setminus\{0,1\}$	$\frac{2(x+1)}{x(x-1)}$

	Bruchterm	$\mathbb{D}_{max}$	gekürzter Term
e)	$\frac{2x^2(x+1)}{x^2(x+1)}$	$\mathbb{D}_{max} = \mathbb{Q}\setminus\{0,-1\}$	2
f)	$\frac{-12x^2}{8x}$	$\mathbb{D}_{max} = \mathbb{Q}\setminus\{0\}$	$\frac{-3x}{2}$
g)	$\frac{(-3)\cdot 4x^2}{6x}$	$\mathbb{D}_{max} = \mathbb{Q}\setminus\{0\}$	$-2x$
h)	$\frac{-4x^2\cdot 5}{2x\cdot 15x}$	$\mathbb{D}_{max} = \mathbb{Q}\setminus\{0\}$	$\frac{-2}{3}$

	Bruchterm	$\mathbb{D}_{max}$	gekürzter Term
i)	$\frac{2x^2+4}{4(x^2+2)}$	$\mathbb{D}_{max} = \mathbb{Q}$	$\frac{1}{2}$
j)	$\frac{ax+2a}{4a}$	$\mathbb{D}_{max} = \mathbb{Q}$	$\frac{x+2}{4}$
k)	$\frac{(x+1)(x-1)}{2x^2-2x}$	$\mathbb{D}_{max} = \mathbb{Q}\setminus\{0,1\}$	$\frac{x+1}{2x}$
l)	$\frac{3x(x^2-x)}{(3x^2-x)4x}$	$\mathbb{D}_{max} = \mathbb{Q}\setminus\{0\}$	$\frac{3(x-1)}{4(3x-1)}$

Zu Aufgabe 2:

	Bruchterm	Lösungshilfe
a)	$\frac{2x-1}{3-2x}$	Kann nicht gekürzt werden. Aus Differenzen und Summen darf man auf keinen Fall kürzen.
b)	$\frac{4x}{16x}$	Kann gekürzt werden: $\frac{4x}{16x}=\frac{1}{4}$
c)	$\frac{x-1}{1-x}$	Kann gekürzt werden: $\frac{x-1}{1-x}=\frac{-(-x+1)}{1-x}=\frac{-(1-x)}{1-x}=\frac{-1}{1}=-1$
d)	$\frac{x^2+2x+1}{x+1}$	Kann gekürzt werden: Binomische Formel im Zähler $\frac{x^2+2x+1}{x+1}=\frac{(x+1)^2}{x+1}=(x+1)$

Zu Aufgabe 3:

a) $\frac{3x+3x^2}{3x+3}=\frac{3x^2}{3}$

Hier wurde aus Summen gekürzt und das ist nicht erlaubt und falsch. Man muss im ersten Schritt ausklammern.

$$\frac{3x+3x^2}{3x+3}=\frac{3x(1+x)}{3(x+1)}=\frac{3x(x+1)}{3(x+1)}=x$$

Hinweis: $1+x$ und $x+1$ beschreibt das Gleiche. Man kann statt $x+1$ also auch $1+x$ schreiben. Beispiel: $5+1$ und $1+5$ ergibt beides 6.

b) $\frac{2x(x^2-x)}{(x^2-2x)}=\frac{2x(-x)}{-2x}$

Hier wurde aus Differenzen gekürzt und das ist nicht erlaubt und falsch. Man muss im ersten Schritt ausklammern.

$\frac{2x(x^2-x)}{(x^2-2x)}=\frac{2x^2(x-1)}{x(x-2)}=\frac{2x(x-1)}{x-2}$

c) $\frac{(x+1)(x-1)}{x^2-x}=\frac{x^2-x+x-1}{x^2-x}=\frac{x^2-1}{x^2-x}=\frac{-1}{-x}$

Grundlegend ist es mathematisch nicht falsch aus zu multiplizieren, aber bei diesen Aufgabentypen nicht zielführend. Nach dem dritten Schritt wurde dann aus einer Differenz gekürzt, was nicht erlaubt ist.

Ziel ist es im Zähler und im Nenner Produkte zu haben, um kürzen zu können.

$\frac{(x+1)(x-1)}{x^2-x}=\frac{(x+1)(x-1)}{x(x-1)}=\frac{x+1}{x}$