Übungen zur Irrationalität von Quadratwurzeln bestimmter Zahlen

Aufgabe 1:

Zeigen Sie, analog zum Beweis von Euklid, dass die folgenden Ausdrücke irrationale Zahlen sind:

a)	b)	c)	d)
$\sqrt{3}$	$\sqrt{7}$	$\sqrt{14}$	$\sqrt{12}$

Aufgabe 2:

Erläutern Sie, weshalb mit diesem Vorgehen nicht gezeigt werden kann, dass $\sqrt{4}$ irrational ist. (Tatsächlich ist $\sqrt{4} = 2$ auch eine rationale Zahl. Man soll erläutern, weshalb der Beweis hier nicht funktionieren kann.)

Hilfestellungen zu den Aufgaben:

Zu Aufgabe 1:

Wir zeigen, dass $\sqrt{6}$ irrational ist:

$$6 = \frac{p^2}{q^2} \qquad | \cdot q^2$$

$$2 \cdot 3q^2 = p^2 \qquad | : 6$$

$$q^2 = \frac{p^2}{2 \cdot 3}$$

- ➔ p^2 ist durch 2 teilbar.
- ➔ p ist durch 2 teilbar.
- ➔ p^2 ist durch 4 teilbar.
- ➔ Wegen $2 \cdot 3q^2 = p^2$ ist auch $2 \cdot q^2$ durch 4 teilbar.
- ➔ q^2 ist durch 2 teilbar.
- ➔ q ist durch 2 teilbar. (Nach der gleichen Logik wie für p)
- ➔ Widerspruch zur Annahme, dass es teilfremde p und q gibt, die $\sqrt{6}$ beschreiben können.
- ➔ $\sqrt{6}$ muss irrational sein.

Analog hätten wir auch mit der Zahl 3 argumentieren können.

Zu Aufgabe 2:

An der Stelle, an der gezeigt werden sollte, dass p und q jeweils durch 2 teilbar ist, kann dieser Nachweis nicht erbracht werden. Schau Sie sich diesen Abschnitt des Beweises genau an.

Hügel-Schule