

Übungen: Das Heron-Verfahren zum Nähern von Quadratwurzeln

Betrachtet werden die folgenden irrationalen Zahlen:

a)	b)	c)	d)	e)
$\sqrt{3}$	$\sqrt{7}$	$\sqrt{14}$	$\sqrt{12}$	$\sqrt{200}$

Die folgenden Aufgabenstellungen beziehen sich jeweils auf diese Angabe.

Aufgabe 1:

Geben Sie an, zwischen welchen ganzen aufeinanderfolgenden Zahlen die betrachteten Werte liegen.

Aufgabe 2:

Bestimmen Sie die betrachteten irrationalen Zahlen mit Hilfe des Iterationverfahrens nach Heron auf 6 Nachkommastellen genau.

Aufgabe 3:

Bestimmen Sie nun die betrachteten irrationalen Zahlen, mit Hilfe der Anwendung des Heronverfahrens, in einem Tabellenkalkulationsprogramm auf 15 Nachkommastellen genau.

Aufgabe 4:

Betrachten Sie Ihre Ergebnisse zu $\sqrt{3}$ und $\sqrt{12}$.

- i) Geben Sie an was beim Vergleich der beiden Werte auffällt.
- ii) Erläutern Sie, wie man den gefundenen Zusammenhang aus i) erklären kann.

Übungen: Das Heron-Verfahren zum Nähern von Quadratwurzeln

Hilfestellungen zu den Aufgaben:

Zu Aufgabe 1:

$\sqrt{5}$ liegt zum Beispiel zwischen 2 und 3, da $2^2 = 4 < 5$ und $5 < 3^2 = 9$ ist und $\sqrt{5}$ gerade die nichtnegative Zahl beschreibt, die quadriert 5 ergeben muss.

Nach dieser Logik liegt dann $\sqrt{108}$ zwischen 10 und 11, da $10^2 = 100 < 108$ und $108 < 11^2 = 121$. Es müssen also immer die Quadratzahlen gesucht werden, zwischen denen der Radikand liegt, um die Lösung zu finden.

a)	b)	c)	d)	e)
$1 < \sqrt{3} < 2$	$2 < \sqrt{7} < 3$	$3 < \sqrt{14} < 4$	$3 < \sqrt{12} < 4$	$14 < \sqrt{200} < 15$

Zu Aufgabe 2:

Das Heronverfahren muss so lange angewandt werden, bis x_n und y_n auf 6 Nachkommastellen genau übereinstimmen. Das Ergebnis kann mit Hilfe des Taschenrechners überprüft werden.

Zu Aufgabe 3:

Die ersten Schritte $x_1 = \frac{x_0 + y_0}{2}$ und $y_1 = \frac{r}{x_1}$ (r beschreibt den Radikanden) müssen zunächst mit Werten in ein Tabellenkalkulationsprogramm geschrieben werden. Die Logik der Schritte muss man dann zeilenweise kopieren.

Zu Aufgabe 4:

- i) Betrachten Sie die Näherungen für $\sqrt{3}$ und $\sqrt{12}$. Überprüfen Sie, ob $\sqrt{12}$ möglicherweise ein Vielfaches von $\sqrt{3}$ ist.
- ii) Machen Sie die Primfaktorzerlegung von 12 und überlegen Sie, wie dadurch das Ergebnis von i) zustande kommt.