Quadratwurzeln

Wurzelterme zusammenfassen

Aufgabe 1:

Fassen Sie die folgenden Terme soweit wie möglich zusammen.

a) $2\sqrt{2}+5\sqrt{2}$

Analog zum Rechnen mit Variablen ist es nur möglich Wurzelausdrücke zu addieren, bei denen der Radikand den gleichen Wert hat. Zur Verdeutlichung werden wir den Wurzelausdrücken deswegen im Folgenden jeweils Farben zuordnen.

$2\sqrt{2}+5\sqrt{2}=\sqrt{2}(2+5)=\sqrt{2}\cdot 7=7\sqrt{2}$

b) $\sqrt{3}-4\sqrt{3}$

$\sqrt{3}-4\sqrt{3}=\sqrt{3}(1-4)=-3\sqrt{3}$

Merke:

Für gegebene Werte $a,b\in\mathbb{R}$ und $c\in\mathbb{R}^+$ gilt:

$a\sqrt{c}+b\sqrt{c}=(a+b)\sqrt{c}$

$a\sqrt{c}-b\sqrt{c}=(a-b)\sqrt{c}$

c) $2\sqrt{5}+3\sqrt{20}$

$2\sqrt{5}+3\sqrt{20}=2\sqrt{5}+3\sqrt{4\cdot 5}=2\sqrt{5}+3\sqrt{2^2\cdot 5}$

Merke

Für gegebene Werte $a,b\in\mathbb{R}_0^+$ gilt: $\sqrt{a\cdot b}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}$.

Damit folgt:

$2\sqrt{5}+3\sqrt{20}=2\sqrt{5}+3\sqrt{4\cdot 5}=2\sqrt{5}+3\sqrt{2^2\cdot 5}=2\sqrt{5}+3\sqrt{2^2}\cdot\sqrt{5}=$
$2\sqrt{5}+3\cdot 2\cdot\sqrt{5}=2\sqrt{5}+6\sqrt{5}=8\sqrt{5}$

d) $2\sqrt{x}+\sqrt{9x},\ x\geq 0$

$2\sqrt{x}+\sqrt{9x}=2\sqrt{x}+\sqrt{3^2x}=2\sqrt{x}+3\sqrt{x}=5\sqrt{x}$

Aufgabe 2

a) $\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2$

$\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2 = \sqrt{3}^2 - 2\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{2} + \sqrt{2}^2 = 3 - 2\cdot\sqrt{2\cdot 3} + 2 = 5 - 2\sqrt{6}$

Dabei haben wir die 2.binomische Formel verwendet: $(a-b)^2 = a^2 + 2ab - b^2$

b) $\sqrt{x+1}\cdot\sqrt{x-1},\ x \geq 1$

$\sqrt{x+1}\cdot\sqrt{x-1} = \sqrt{(x-1)(x+1)} = \sqrt{x^2-1^2} = \sqrt{x^2-1}$

Dabei haben wir die 3.binomische Formel verwendet: $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

c) $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{5}}$

$\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{10}{5}} = \sqrt{2}$

Merke:

Für gegebene Werte $a, b \in \mathbb{R}^+$ gilt: $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

d) $\frac{\sqrt{2a^2b}}{\sqrt{2b}}$

$\frac{\sqrt{2a^2b}}{\sqrt{2b}} = \sqrt{\frac{2a^2b}{2b}} = \sqrt{a^2} = a$

Zusammenfassung:

Für gegebene Werte $a, b \in \mathbb{R}$ und $c \in \mathbb{R}^+$ gilt:

$a\sqrt{c} + b\sqrt{c} = (a+b)\sqrt{c}$

$a\sqrt{c} - b\sqrt{c} = (a-b)\sqrt{c}$

Für gegebene Werte $a, b \in \mathbb{R}_0^+$ gilt:

$\sqrt{a\cdot b} = \sqrt{a}\cdot\sqrt{b}$

Für gegebene Werte $a, b \in \mathbb{R}^+$ gilt:

$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

Eine ausführliche Beschreibung gibt es im Skript weiter unten.