Übungen: Wurzelterme zusammenfassen

Aufgabe 1:

Vereinfachen Sie die folgenden Terme ohne Taschenrechner soweit wie möglich.

a) $2\sqrt{3}+7\sqrt{3}$	b) $9\sqrt{7}-5\sqrt{28}$	c) $2\sqrt{7}\cdot 3\sqrt{28}$	d) $3\sqrt{x}+4\sqrt{16x},\ x\geq 0$	e) $\sqrt{(-3)^2}$
f) $\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)^2$	g) $\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{7}}$	h) $\sqrt{5^2+12^2}$	i) $\sqrt{a+1}\cdot\sqrt{a-1},\ a\geq 1$	j) $\frac{\sqrt{2a^2b}}{\sqrt{2b}}$ mit $a,b>0$

Aufgabe 2:

Geben Sie jeweils an für welche Werte von x der Term definiert ist.

a) $\sqrt{x}$	b) $3\sqrt{x-1}$	c) $2\sqrt{x}\cdot\sqrt{x-1}$	d) $3\sqrt{x^2}$	e) $\sqrt{(1-x)^2}$	f) $\frac{\sqrt{x-8}}{\sqrt{x+3}}$	g) $\sqrt{x^2-1}$

Aufgabe 3:

Formen Sie in einen Term ohne Wurzelzeichen um und vereinfachen Sie, falls möglich ($a,b,c,x\in\mathbb{R}$).

a) $\sqrt{64}+\sqrt{81}$	b) $2\sqrt{x^2}$	c) $2\sqrt{(x-1)^2}$	d) $3\sqrt{a^2b^2}+\sqrt{4a^2b^2}$	e) $\sqrt{9x^2+16x^2}$	f) $\sqrt{x^4}\cdot\sqrt{x^6}$

f) $\sqrt{\frac{a^2}{4}}$	g) $\sqrt{\frac{1}{x^2}}$ mit $x\neq 0$	h) $\sqrt{\frac{a^6c^5}{b^4c}}$	i) $\sqrt{\frac{(x-1)^2}{(x+1)^2}}$	j) $\sqrt{x}\cdot\left(\sqrt{x}+\sqrt{x^3}\right)$	k) $\sqrt{x+2}\cdot\sqrt{\frac{x^2-4}{x-2}}$

Aufgabe 4:

Nehmen Sie Stellung zu folgenden Aussagen. Geben Sie gegebenenfalls die korrekte Lösung an.

a) Es gilt $\sqrt{b^2}=b$ für $b\in\mathbb{R}$.
b) Es gilt $\sqrt{x^4}=x^2$ für $x\in\mathbb{R}$.
c) Es gilt $\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{3^2}+\sqrt{4^2}=3+4=7$.
d) Es gilt $\left(\sqrt{2}-1\right)\cdot\left(\sqrt{2}+1\right)=1$.

Übungen: Wurzelterme zusammenfassen

Hilfestellungen zu den Aufgaben:

Zu Aufgabe 1:

Vgl. Rechengesetze zum Vereinfachen von Wurzeltermen.

a) $9\sqrt{3}$	b) $-\sqrt{7}$	c) 84	d) $19\sqrt{x}$	e) 3
f) $7-2\sqrt{10}$ (binomische Formel)	g) 2	h) 13	i) $\sqrt{a^2-1}$ (binomische Formel)	j) a

Zu Aufgabe 2:

Da nur die Wurzel aus nichtnegativen Zahlen gezogen werden kann, muss x so definiert werden, dass diese Bedingung erfüllt wird.

Beispiel: $\sqrt{x+2}$
Hier dürfen für x nur Werte gewählt werden, die größer oder gleich -2 sind, also gilt $x \geq -2$.
Rechnerisch kann das folgendermaßen bestimmt werden:
$x+2 \geq 0 \quad | -2$
$x \geq -2$
Betrachtet man mehrere Wurzelterme, wie bei $\sqrt{x+1} \cdot \sqrt{x+5}$, so muss die Bedingung für beide Terme gleichzeitig gelten.

Also folgt: $x \geq -1$ und $x \geq -5$. Da beides gleichzeitig gelten muss, muss insgesamt $x \geq -1$ gelten, denn wählt man zum Beispiel den Wert -3 für x, dann steht im ersten Produkt etwas Negatives unter der Wurzel.

a) $x \geq 0$	b) $x \geq 1$	c) $x \geq 1$	d) $x \in \mathbb{R}$	e) $x \in \mathbb{R}$	f) $x \geq 8$	g) $x \geq 1$ oder $x \leq -1$, da für beide Intervalle der Wurzelterm ≥ 0 wird.

Zu Aufgabe 3:

Da bei $\sqrt{x^2}$ auch negative Werte für x gewählt werden können, ist es nicht möglich als Lösung einfach nur den Wert x anzugeben. Zum Beispiel ist $\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = 3$. Deswegen muss man sich mit dem Betrag $|\,|$ der Zahl helfen. Der Betrag einer Zahl ist definiert als die Ziffernfolge, die im Betrag steht und positiv ist.

Beispiele: $|-3| = +3$, $|-5| = +5$, $|-8| = +8$, $|3| = +3$, $|7| = +7$.

Damit können Wurzelterme allgemein vereinfacht werden.

Z.B. $\sqrt{(-3)^2} = |-3| = 3$, $\sqrt{3^2} = |3| = 3$, $\sqrt{x^2} = |x|$.

a) 17	b) $2\|x\|$	c) $2\|x-1\|$	d) $5\ \|a\|\|b\|$	e) $5\|x\|$	f) x^5
f) $\frac{\|a\|}{2}$	g) $\frac{1}{\|x\|}$	h) $\sqrt{\frac{a^6c^5}{b^4c}} = \frac{a^3c^2}{b^2}$	i) $\frac{\|x-1\|}{\|x+1\|}$	j) $\|x\| + x^2$	k) $\|x+2\|$, da $x^2 - 4 = (x+2)(x-2)$

Zu Aufgabe 4:

a) Vergleichen Sie mit der Hilfestellung zu Aufgabe 3)

c) und d) Überprüfen Sie Ihre Antwort beispielsweise durch Nachrechnen mit dem Taschenrechner.