

Quadratwurzeln

Rationalmachen des Nenners

Beim Rationalmachen des Nenners geht es darum Brüche so umzuformen, dass im Nenner keine Wurzelausdrücke vorkommen.

$$\text{Beispiel 1: } \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Allgemein gilt $\sqrt{a^2} = a$ für $a \in \mathbb{R}_0^+$.

$$\text{Beispiel 2: } \frac{3}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$$

Wiederholung 3. Binomische Formel: $(a - b) \cdot (a + b) = a^2 - b^2$

$$\text{Beispiel: } (x - 2) \cdot (x + 2) = x^2 - 2^2 = x^2 - 4$$

Um die 3. Binomische Formel anwenden zu können, muss der Bruch mit $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ erweitert werden.

$$\frac{3}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{3 \cdot (\sqrt{3}+\sqrt{2})}{\sqrt{3}^2 - \sqrt{2}^2} = \frac{3 \cdot \sqrt{3} + 3 \cdot \sqrt{2}}{3-2} = \frac{3\sqrt{3}+3\sqrt{2}}{1} = 3\sqrt{3} + 3\sqrt{2}$$

Aufgaben:

Machen Sie den Nenner rational:

- $\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}}$
- $\frac{5}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}$
- $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$

Lösungen:

Zu a)

$$\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)}{\sqrt{2}^2} = \frac{\sqrt{2}^2 + 1 \cdot \sqrt{2}}{2} = \frac{2+\sqrt{2}}{2}$$

Zu b)

$$\frac{5}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} = \frac{5}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{3}-\sqrt{5}}{\sqrt{3}-\sqrt{5}} = \frac{5(\sqrt{3}-\sqrt{5})}{\sqrt{3}^2 - \sqrt{5}^2} = \frac{5\sqrt{3}-5\sqrt{5}}{3-5} = \frac{5\sqrt{3}-5\sqrt{5}}{-2}$$

Zu c)

$$\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} \cdot \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-2} = \frac{\sqrt{x}^2 - 2\sqrt{x}}{\sqrt{x}^2 - 2^2} = \frac{x-2\sqrt{x}}{x-4}$$