Übungen: Rationalmachen des Nenners

Aufgabe 1:

Gegeben sind folgende Ausdrücke.

a) $\sqrt{3^2+4^2}$, $\sqrt{3^2}+\sqrt{4^2}$	b) $\sqrt{5^2+12^2}$,$\sqrt{5^2}+\sqrt{12^2}$	c) $\sqrt{8^2+15^2}$,$\sqrt{8^2}+\sqrt{15^2}$

(1) Berechnen Sie jeweils die Werte und entscheiden Sie, welche Zahl größer ist. (Sie benötigen dazu keinen Taschenrechner.)

(2) Geben Sie an, welche Regelmäßigkeit Ihnen auffällt und formulieren Sie eine allgemeine Gesetzmäßigkeit für zwei positive Werte a und b mit $\sqrt{a+b}$ und $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ dazu.

Aufgabe 2:

Multiplizieren Sie aus und vereinfachen Sie, falls möglich. ($a, b, c, x, y \in \mathbb{R}_0^+$)

a) $(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)$	b) $(\sqrt{5}-\sqrt{7})(\sqrt{5}+\sqrt{7})$	c) $(\sqrt{3}+\sqrt{4})(\sqrt{3}+\sqrt{4})$
d) $(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)$	e) $(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})$	f) $(\sqrt{ab}-\sqrt{bc})(\sqrt{ab}+\sqrt{bc})$

Aufgabe 3:

Machen Sie den Nenner rational und vereinfachen Sie anschließend, falls möglich.

a) $\frac{2}{\sqrt{3}}$	b) $\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{1}}$	c) $\frac{6}{3-\sqrt{5}}$	d) $(x>0)$ $\frac{1}{\sqrt{x}}$	e) $(a>-1)$ $\frac{1}{\sqrt{a+1}}$
f) $\frac{1}{\sqrt{4^2+5^2}}$	g) $\frac{\sqrt{5}}{5\sqrt{7}-5\sqrt{5}}$	h) $(a,b>0)$ $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$	i) $(x,y>0)$ $\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$ und $x \neq y$	j) $(a,b>0)$ $\frac{\sqrt{2a^2b}}{\sqrt{2b}+\sqrt{2a}}$

Aufgabe 4:

Entscheiden Sie, ob folgende Aussagen wahr oder falsch sind. Begründen Sie.

a) Es gilt $\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{a^2}+\sqrt{b^2}$ für $a, b \in \mathbb{R}$.
b) Es gilt $(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})=a-b$ für $a, b \geq 0$.
c) Es gilt $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}=\frac{1}{1+1}=\frac{1}{2}$, da man mit $\sqrt{x}$ kürzen kann. ($x \in \mathbb{R}_0^+$)
d) Es gilt $\frac{a}{\sqrt{a^2}-\sqrt{a^2b}}=\frac{1}{1-\sqrt{b}}$. ($a \in \mathbb{R}, b>0, b \neq 1$).

Hilfestellungen zu den Aufgaben:

Zu Aufgabe 1:

Hier geht es darum nochmal deutlich zu machen, dass im Allgemeinen $\sqrt{a^2+b^2} \neq \sqrt{a^2} + \sqrt{b^2}$ für $a, b \neq 0$ gilt.

Zu Aufgabe 2:

Hier soll die 3. binomische Formel nochmals eingeübt werden. Prägen Sie sich diese Formel nochmal genau ein und wenden Sie diese dann in den Aufgaben an. Ihre Ergebnisse können Sie mit dem Taschenrechner überprüfen.

Zu Aufgabe 3:

Vgl. Beispielaufgaben im Skript.

a) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$	b) $\sqrt{2}+1$	c) $\frac{18+6\sqrt{5}}{4}$	d) $(x>0)$ $\frac{\sqrt{x}}{x}$	e) $(a>-1)$ $\frac{\sqrt{a+1}}{a+1}$
f) $\frac{\sqrt{41}}{41}$	g) $\frac{\sqrt{35}+5}{10}$	h) $\frac{a-\sqrt{a}\sqrt{b}}{a-b}$	i) $\frac{(\sqrt{x}+\sqrt{y})^2}{x-y}$	j) $\frac{\sqrt{2a^2b}(\sqrt{2b}-\sqrt{2a})}{2b-2a}$ $= \frac{2ab-2a\sqrt{ab}}{2b-2a}$

Zu Aufgabe 4:

a) Vergleichen Sie dazu Aufgabe 1.
b) Wenden Sie die 3. binomische Formel an.
c) Machen Sie den Nenner rational und überprüfen Sie, ob Sie das gleiche Ergebnis erhalten.
d) Versuchen Sie mit Hilfe von Ausklammern auf die Form zu kommen. Überlegen Sie, wie Sie den Ausdruck $\sqrt{a^2}$ vereinfachen können.