

Elementare gebrochen-rationale Funktionen

Schnittpunkte von Hyperbeln mit den Koordinatenachsen

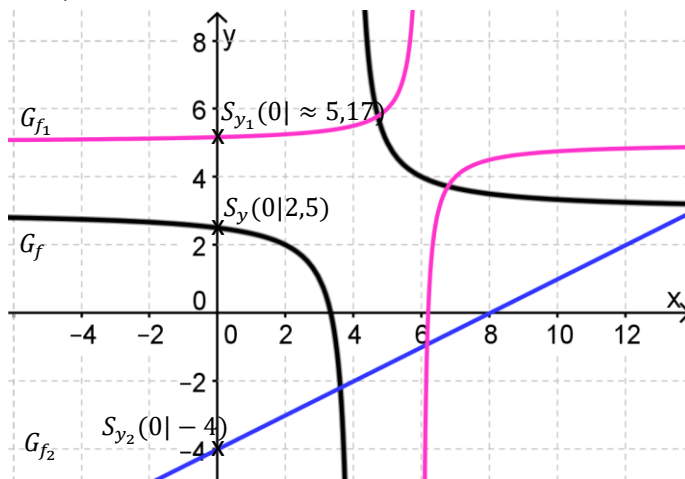
Um die Schnittpunkte von Graphen mit den Koordinatenachsen besser zu verstehen, empfehlen wir das Kapitel „3.1.6 Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen“ zur Wiederholung.

Grundlegend muss man zum Bestimmen der Schnittpunkte eines Graphen mit den Koordinatenachsen immer gleich vorgehen.

Wir schauen uns als Beispiel die Funktion f mit $f(x) = \frac{2}{x-4} + 3$ und $\mathbb{D}_f = \mathbb{Q} \setminus \{4\}$ an.

Schnittpunkt mit der y-Achse:

Betrachtet man den Schnittpunkt mit der y-Achse verschiedener Graphen von Funktion, dann fällt eine Gemeinsamkeit auf:



Die x-Koordinate ist beim Schnittpunkt mit der y-Achsen immer 0.

Statt $f(x) = \frac{2}{x-4} + 3$ können wir auch $y = \frac{2}{x-4} + 3$ schreiben.

Der entsprechende y-Wert ist dann $y = \frac{2}{0-4} + 3 = -0,5 + 3 = 2,5$. $\rightarrow S_y(0|2,5)$

Merke: Schnittpunkt mit der y-Achse

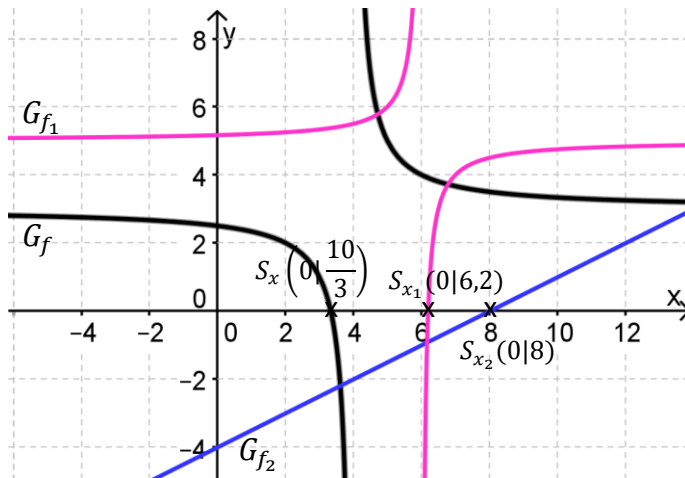
Beim Schnittpunkt eines Graphen mit der y-Achse ist die x-Koordinate immer 0.

Möchte man den y-Wert rechnerisch erhalten, dann kann $x = 0$ in die Funktionsgleichung eingesetzt werden.

Beispielaufgabe: $y = \frac{2}{x-4} + 3$

Wir setzen $x = 0$ ein: $y = \frac{2}{0-4} + 3 = -0,5 + 3 = 2,5$ $\rightarrow S_y(0|2,5)$

Betrachtet man den Schnittpunkt mit der x -Achse verschiedener Graphen von Funktion, dann fällt auch wieder eine Gemeinsamkeit auf:



Die y -Koordinate ist beim Schnittpunkt mit der x -Achsen immer 0.

In diesem Fall können wir für y den Wert 0 in die Funktionsgleichung einsetzen.

$$0 = \frac{2}{x-4} + 3$$

Nun muss die Gleichung noch nach x aufgelöst werden. Dabei wird immer nach dem gleichen Schema vorgegangen.

$$0 = \frac{2}{x-4} + 3$$

Mach rechnet beidseitig Minus den zweiten Summanden.

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{2}{x-4} + 3 && | - 3 \\ -3 &= \frac{2}{x-4} \end{aligned}$$

Dann multipliziert man mit dem Nenner des Bruchs und vereinfacht.

$$\begin{aligned} -3 &= \frac{2}{x-4} && | \cdot (x-4) \\ -3(x-4) &= 2 \\ -3x + 12 &= 2 \end{aligned}$$

Anschließend löst man, wie es im Kapitel „Basiswissen: Einfache Gleichungen lösen“ beschrieben ist, nach x auf.

$$\begin{aligned} -3x + 12 &= 2 && | - 12 \\ -3x &= -10 && | : (-3) \\ x &= \frac{10}{3} && \rightarrow S_x\left(\frac{10}{3} \mid 0\right) \end{aligned}$$

Den dabei erhaltenen x -Wert nennt man auch die **Nullstelle** der Funktion f : $x_1 = \frac{10}{3}$.

Merke: Schnittpunkte mit der x-Achse

Bei den Schnittpunkten eines Graphen mit der x-Achse ist die y-Koordinate immer 0.

Möchte man den x-Wert rechnerisch erhalten, dann kann $y = 0$ in die Funktionsgleichung eingesetzt werden.

Beispielaufgabe:

$$y = \frac{2}{x-4} + 3$$

Wir setzen $y = 0$ ein: $0 = \frac{2}{x-4} + 3 \rightarrow x = \frac{10}{3} \rightarrow S_y\left(\frac{10}{3} \mid 0\right)$

$x = \frac{10}{3}$ ist dabei die Nullstelle der oben gegebenen Funktion f .