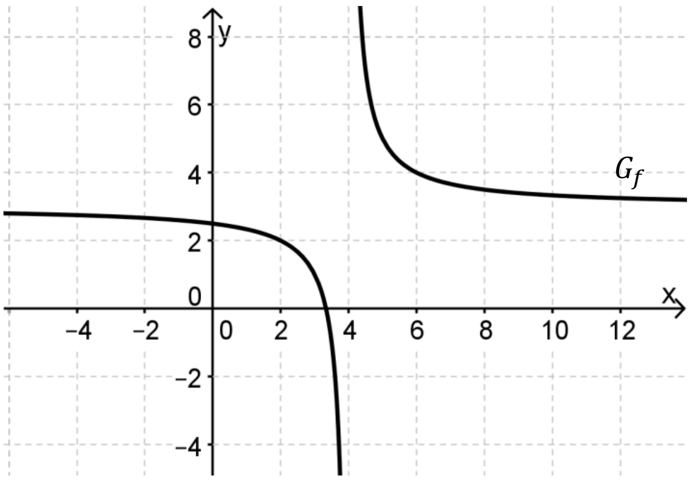
Elementare gebrochen-rationale Funktionen

Schnittpunkte von Hyperbeln mit den Koordinatenachsen

Um die Schnittpunkte von Graphen mit den Koordinatenachsen besser zu verstehen, empfehlen wir das Kapitel „Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen" zur Wiederholung.

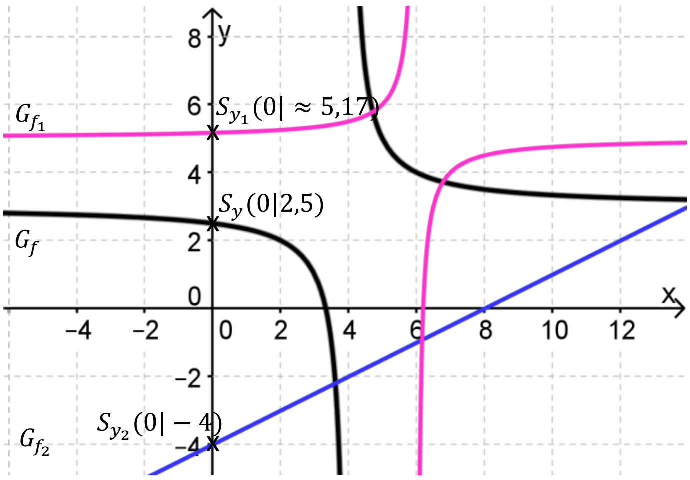
Grundlegend muss man zum Bestimmen der Schnittpunkte eines Graphen mit den Koordinatenachsen immer gleich vorgehen:

Wir schauen uns als Beispiel die Funktion f mit $f(x) = \frac{2}{x-4} + 3$ und $\mathbb{D}_f = \mathbb{Q}\backslash\{4\}$ an und zeichnen zum besseren Verständnis den Graphen der Funktion dazu.



<u>Schnittpunkt mit der y-Achse:</u>

Betrachtet man den Schnittpunkt mit der y-Achse verschiedener Graphen von Funktion, dann fällt eine Gemeinsamkeit auf:



$f(x) = \frac{2}{x-4} + 3$ mit $\mathbb{D}_f = \mathbb{Q}\backslash\{4\}$

$f_1(x) = -\frac{1}{x-6} + 5$ mit $\mathbb{D}_f = \mathbb{Q}\backslash\{6\}$

$f_2(x) = \frac{1}{2}x - 4$ mit $\mathbb{D}_f = \mathbb{Q}$

Die x-Koordinate ist beim Schnittpunkt mit der y-Achsen immer 0.

Da die Eigenschaften von Punkten auf einem Graphen immer sind, dass die Koordinaten die entsprechenden Funktionsgleichungen erfüllen, kann also der entsprechende y-Wert immer berechnet werden, indem man $x = 0$ in die Funktionsgleichung einsetzt.
Statt $f(x) = \frac{2}{x-4} + 3$ können wir auch $y = \frac{2}{x-4} + 3$ schreiben.

Der entsprechende y-Wert ist dann $y = \frac{2}{0-4} + 3 = -0{,}5 + 3 = 2{,}5$. →$S_y(0|2{,}5)$

Merke: Schnittpunkt mit der y-Achse

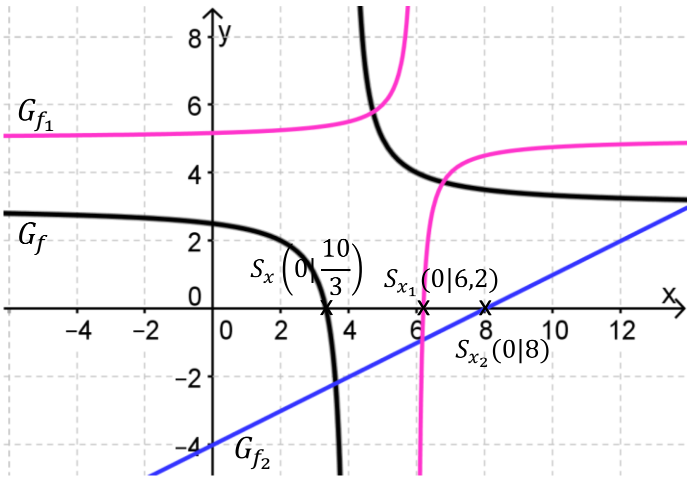
Beim Schnittpunkt eines Graphen mit der y-Achse ist die **x-Koordinate immer** 0.

Möchte man den y-Wert rechnerisch erhalten, dann kann $x = 0$ in die Funktionsgleichung eingesetzt werden.

Beispielaufgabe: $y = \frac{2}{x-4} + 3$

Wir setzen $x = 0$ ein: $y = \frac{2}{0-4} + 3 = -0{,}5 + 3 = 2{,}5$ →$S_y(0|2{,}5)$

Betrachtet man den Schnittpunkt mit der x-Achse verschiedener Graphen von Funktion, dann fällt auch wieder eine Gemeinsamkeit auf:



$f(x) = \frac{2}{x-4} + 3$ mit $\mathbb{D}_f = \mathbb{Q}\setminus\{4\}$
$f_1(x) = -\frac{1}{x-6} + 5$ mit $\mathbb{D}_f = \mathbb{Q}\setminus\{6\}$
$f_2(x) = \frac{1}{2}x - 4$ mit $\mathbb{D}_f = \mathbb{Q}$
Die y-Koordinate ist beim Schnittpunkt mit der x-Achsen immer 0.

In diesem Fall können wir für y den Wert 0 in die Funktionsgleichung einsetzen.

$0 = \frac{2}{x-4} + 3$

Nun muss die Gleichung noch nach x aufgelöst werden. Dabei wird immer nach dem gleichen Schema vorgegangen.

$$0 = \frac{2}{x-4} + 3$$

Mach rechnet beidseitig Minus den zweiten Summanden.

$$0 = \frac{2}{x-4} + 3 \qquad | -3$$
$$-3 = \frac{2}{x-4}$$

Dann multipliziert man mit dem Nenner des Bruchs und vereinfacht.

$$-3 = \frac{2}{x-4} \qquad | \cdot (x-4)$$
$$-3(x-4) = 2$$
$$-3x + 12 = 2$$

Anschließend löst man, wie es im Kapitel „Basiswissen: Einfache Gleichungen lösen" beschrieben ist, nach x auf.

$$-3x + 12 = 2 \qquad | -12$$
$$-3x = -10 \qquad |: (-3)$$
$$x = \frac{10}{3} \qquad \rightarrow S_x(\frac{10}{3}|0)$$

Den dabei erhaltenen x-Wert nennt man auch die Nullstelle der Funktion f: $x_1 = \frac{10}{3}$.

Merke: Schnittpunkte mit der x-Achse

Bei den Schnittpunkten eines Graphen mit der x-Achse ist die **y-Koordinate immer 0**.

Möchte man den x-Wert rechnerisch erhalten, dann kann **$y = 0$ in die Funktionsgleichung eingesetzt** werden.

Beispielaufgabe: $y = \frac{2}{x-4} + 3$

Wir setzten $y = 0$ ein: $0 = \frac{2}{x-4} + 3 \rightarrow$ $x = \frac{10}{3}$ $\rightarrow S_y(\frac{10}{3}|0)$

$x = \frac{10}{3}$ ist dabei die Nullstelle der oben gegebenen Funktion f.