

## Elementare gebrochen-rationale Funktionen

### Verschiebung von Hyperbeln im Koordinatensystem

Um die Verschiebung von Hyperbeln im Koordinatensystem zu verstehen, muss man sich nur ein paar Beispiele ansehen.

Wiederholung: (Allgemeine Form für elementare gebrochen-rationale Funktionen)

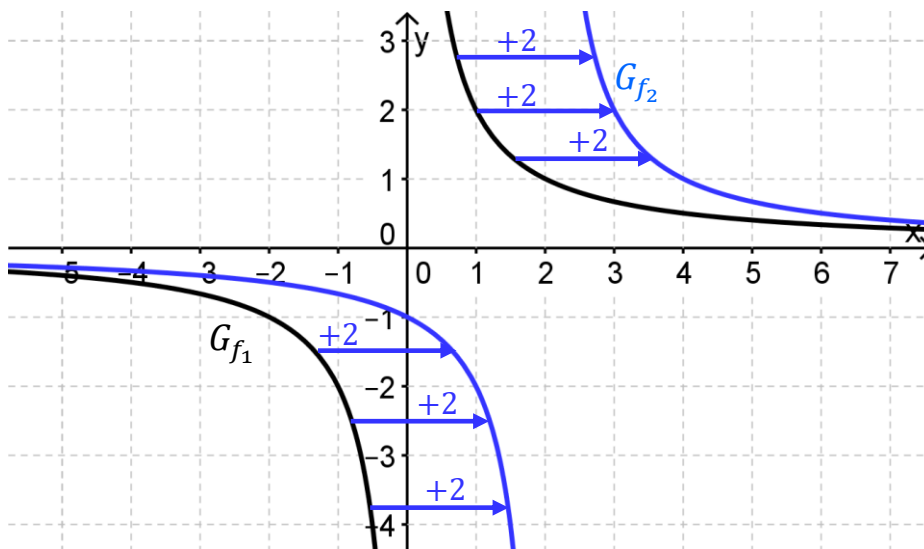
$$f(x) = \frac{a}{x-b} + c \text{ und } \mathbb{D}_f = \mathbb{Q} \setminus \{b\}$$

Wir betrachten die gegebenen Funktionen  $f_1$  und  $f_2$  mit

$$f_1(x) = \frac{2}{x} \quad \mathbb{D}_{f_1} = \mathbb{Q} \setminus \{0\},$$

$$f_2(x) = \frac{2}{x-2} \quad \mathbb{D}_{f_2} = \mathbb{Q} \setminus \{2\}.$$

Zum besseren Verständnis schauen wir uns die Graphen der Funktionen an.



Man schreibt: Der **Graph von  $f_2$**  geht aus dem Graphen von  $f_1$  durch Verschiebung um den Wert **+2** in Richtung der x-Achse hervor.

### Merke:

Der Wert  **$b$**  aus der allgemeinen Form für elementare gebrochen-rationale Funktionen  $f(x) = \frac{a}{x-b} + c$  mit  $\mathbb{D}_f = \mathbb{Q} \setminus \{b\}$  beschreibt die **Verschiebung des Graphen** der Funktion  $g(x) = \frac{a}{x}$  in Richtung der **x-Achse**, um den Wert  **$b$** .

Was der Wert  $c$  bewirkt schauen wir uns im Folgenden an.

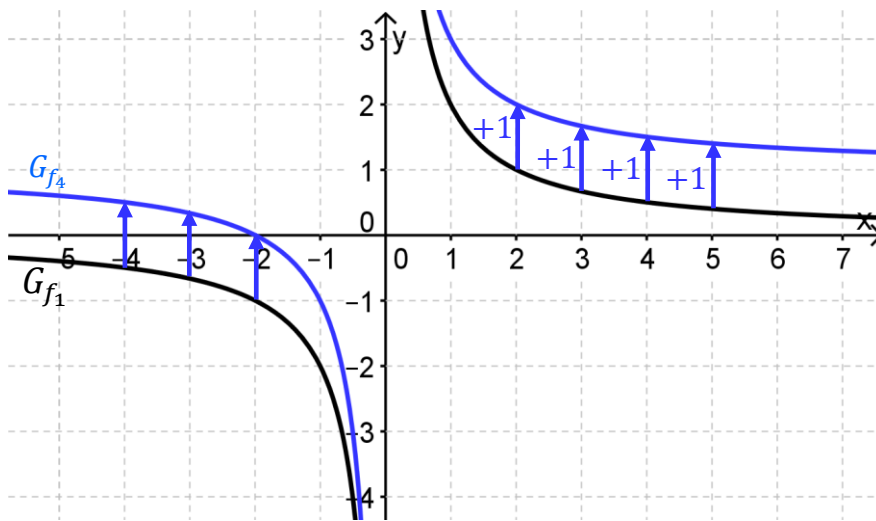
Um die Verschiebung der Graphen in Richtung der  $y$ -Achse besser zu verstehen, betrachten wir die gegebenen Funktionen  $f_1$  und  $f_4$  mit

$$f_1(x) = \frac{2}{x} \quad \mathbb{D}_{f_1} = \mathbb{Q} \setminus \{0\} \text{ und}$$

$$f_4(x) = \frac{2}{x} + 1 \quad \mathbb{D}_{f_4} = \mathbb{Q} \setminus \{0\}.$$

Zum besseren Verständnis schauen wir uns die Graphen der Funktionen an.

$$f_1(x) = \frac{2}{x} \quad \mathbb{D}_{f_1} = \mathbb{Q} \setminus \{0\} \quad f_4(x) = \frac{2}{x} + 1 \quad \mathbb{D}_{f_4} = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$$



Man schreibt: Der **Graph von  $f_4$**  geht aus dem Graphen von  $f_1$  durch Verschiebung um den Wert **+1** in Richtung der  $y$ -Achse hervor.

### Merke:

Der Wert  **$c$**  aus der allgemeinen Form für elementare gebrochen-rationale Funktionen  $f(x) = \frac{a}{x-b} + c$  mit  $\mathbb{D}_f = \mathbb{Q} \setminus \{b\}$  beschreibt die **Verschiebung des Graphen** der Funktion  $g(x) = \frac{a}{x}$  in Richtung der  **$y$ -Achse**, um den Wert  **$c$** .

Für zwei gegebene Funktionen  $f_1$  und  $f_6$  mit

$$f_1(x) = \frac{2}{x} \quad (\mathbb{D}_{f_1} = \mathbb{Q} \setminus \{0\}) \text{ und}$$

$$f_6(x) = \frac{2}{x-3} + 1,5 \quad (\mathbb{D}_{f_6} = \mathbb{Q} \setminus \{3\}) \text{ gilt damit beispielsweise:}$$

Der **Graph von  $f_6$**  geht aus dem Graphen von  $f_1$  durch Verschiebung um den Wert **+3** in Richtung der  **$x$ -Achse** und durch Verschiebung um den Wert **+1,5** in Richtung der  **$y$ -Achse** hervor.

Hinweis: Die nicht betrachteten Funktionen  $f_3$  und  $f_5$  findet man im ausführlichen Skript.