

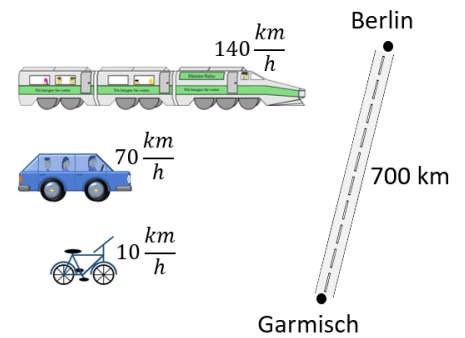
Elementare gebrochen-rationale Funktionen

Indirekt proportionale Größen

Familie Friedrich fährt von Garmisch aus in den Urlaub zu Freunden nach Berlin. Die Strecke beträgt etwa 700 km.

Wenn sie mit dem Zug fahren, dann benötigen sie mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von $140 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ etwa **5 Stunden**.

Mit dem Auto dauert die Fahrt mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von $70 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ etwa doppelt so lange, also **10 Stunden**.



Bei einer Fahrradtour nach Berlin hätten Sie eine Durchschnittsgeschwindigkeit von nur $14 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ und würden damit 10 Mal länger als mit dem Zug, also **50 Stunden**, fahren. Wir tragen die zusammenhängenden Größen x := „Durchschnittliche Geschwindigkeit in $\frac{\text{km}}{\text{h}}$.“ und y := „Benötigte Zeit in Stunden.“ in einer Wertetabelle zusammen.

x: Geschwindigkeit in $\frac{\text{km}}{\text{h}}$	14	70	140
y: Zeit in Stunden	50	10	5

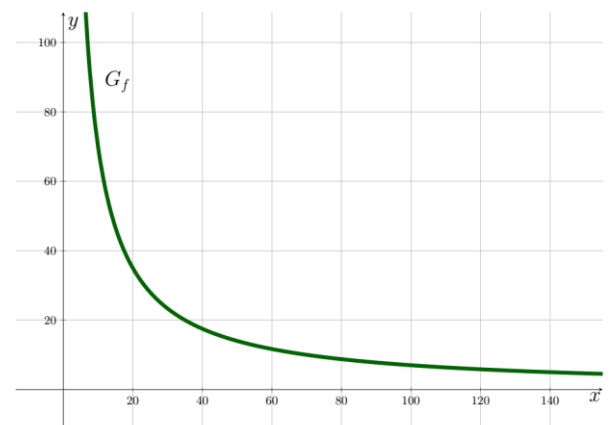
$\cdot 5$ $\cdot 2$
 $: 5$ $: 2$

Geschwindigkeit $\cdot 2$ Fahrzeit $: 2$

Merke:

Immer, wenn eine Vervielfachung von jedem Wert der einen Größe zu einer Verringerung des entsprechenden Wertes der anderen Größe, um den gleichen Teil führt, dann spricht man von zwei zueinander **indirekt proportionalen** Größen.

Die zugehörige Funktion f ist eine gebrochen-rationale Funktion und hat die Funktionsvorschrift $f: x \mapsto \frac{700}{x}$ mit $x > 0$. Der Graph dieser Funktion beschreibt einen Teil einer Hyperbel.



Merke:

Zwei indirekt proportionale Größen können durch eine Zuordnung mit der Zuordnungsvorschrift $x \mapsto \frac{a}{x}$, $a \neq 0$ beschrieben werden. In diesem Fall spricht man von **indirekter Proportionalität**.

Beispielaufgaben dazu:

1. Vier Arbeiter benötigen acht Stunden, um die Zimmer eines Hauses zu streichen. Bestimmen Sie, wie viel Stunden drei Arbeiter benötigen würden.

Lösung:

Es handelt sich um einen indirekt proportionalen Zusammenhang. Dabei benötigen $x = 4$ Arbeiter $y = 8$ Stunden.

Es gilt $a = x \cdot y$ (vgl. Herleitung oben)

Damit folgt: $a = 4 \cdot 8 = 32$

$$\rightarrow y = \frac{32}{x}$$

Für drei Arbeiter gilt damit: $y = \frac{32}{3} \approx 10,67$

Antwort: Drei Arbeiter benötigen etwa 10,67 Stunden bzw. 10 Stunden und 40 Minuten.

2. Weisen Sie nach, dass die Größen x und y indirekt proportional zueinander sind.

x	1	3	5	10	20
y	30	10	6	3	1,5

Lösung:

Wir müssen nachweisen, dass für jedes Wertepaar das Produkt $x \cdot y$ den gleichen Wert ergibt.

$$1 \cdot 30 = 30; 3 \cdot 10 = 30; 5 \cdot 6 = 30; 10 \cdot 3 = 30; 1,5 \cdot 20 = 30;$$

$\rightarrow x$ und y sind indirekt proportional zueinander.