

Quadratische Funktionen

Nullstellen quadratischer Funktionen

Bei quadratischen Funktionen hängt der effektivste Lösungsweg zum Berechnen von Nullstellen davon ab, wie die Struktur des Funktionsterm aussieht.

Beispiel: (Die Funktionen sind jeweils auf ganz \mathbb{R} definiert)

$$f_1(x) = \frac{1}{2}x^2 - 0,75x - 2,25$$

$$f_2(x) = 4x^2 - 3x$$

$$f_3(x) = 3x^2 - 6$$

$$f_4(x) = \frac{1}{3}(x - 5)(x + 4)$$

$$f_5(x) = 2(x - 1)^2 - 8$$

Zu f_1 : Lösungsformel für quadratische Gleichungen

$$x_{1,2} = \frac{-(-0,75) \pm \sqrt{(-0,75)^2 + 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot (-2,25)}}{2 \cdot \frac{1}{2}} = \frac{0,75 \pm \sqrt{5,0625}}{1} = \frac{0,75 \pm 2,25}{1}$$

$$x_1 = \frac{0,75 - 2,25}{1} = -1,5; \quad x_2 = \frac{0,75 + 2,25}{1} = 3;$$

Zu f_2 : Ausklammern

$$2x^2 - x = 0$$

$$x(4x - 3) = 0$$

$$1. \quad x_1 = 0$$

$$2. \quad 4x - 3 = 0 \quad | +3$$

$$4x = 3 \quad | :4$$

$$x_2 = \frac{3}{4}$$

Zu f_3 : Nach x^2 auflösen

$$3x^2 - 6 = 0 \quad | +6$$

$$3x^2 = 6 \quad | :3$$

$$x^2 = 2 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$x_{1,2} = \pm\sqrt{2}$$

Zu f_4 : Nullstellen aus der Produktform ablesen

$$\frac{1}{3}(x - 5)(x + 4) = 0$$

$$x_1 = 5; \quad x_2 = -4;$$

Zu f_5 : Auflösen der Gleichung

$$2(x - 1)^2 - 8 = 0$$

$$2(x - 1)^2 - 8 = 0 \quad | +8$$

$$2(x - 1)^2 = 8 \quad | :2$$

$$(x - 1)^2 = 4 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$x - 1 = \pm 2 \quad | +1$$

$$x_{1,2} = 1 \pm 2$$

$$x_1 = -1; x_2 = 3;$$